

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Dương Văn Thi

**PHƯƠNG PHÁP CHIỀU GIẢI BÀI TOÁN
CÂN BẰNG HAI CẤP**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên, năm 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Dương Văn Thi

**PHƯƠNG PHÁP CHIẾU GIẢI BÀI TOÁN
CÂN BẰNG HAI CẤP**

Chuyên ngành: Giải Tích

Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
GS.TSKH NGUYỄN XUÂN TẤN

Thái Nguyên, năm 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực, không trùng lặp với các đề tài khác và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Dương Văn Thi

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành trong khóa 22 đào tạo Thạc sĩ của trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, dưới sự hướng dẫn của GS.TS Nguyễn Xuân Tấn, Viện Toán học. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới thầy hướng dẫn, người đã tạo cho tôi một phương pháp nghiên cứu khoa học, tinh thần làm việc nghiêm túc và đã dành nhiều thời gian, công sức hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy cô giáo của trường Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, những người đã tận tình giảng dạy, khích lệ, động viên tôi vượt qua những khó khăn trong học tập.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban lãnh đạo Khoa Sau đại học, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian tôi học tập.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn gia đình, người thân và bạn bè đã động viên, ủng hộ tôi để tôi có thể hoàn thành tốt khóa học và luận văn của mình.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Dương Văn Thi

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Một số ký hiệu viết tắt	v
Mở đầu	1
1 Một số kiến thức chuẩn bị	4
1.1 Một số khái niệm và kết quả cơ bản của giải tích lồi	4
1.1.1 Khái niệm về tập lồi và hàm lồi	4
1.1.2 Đạo hàm và dưới vi phân của hàm lồi	8
1.2 Bài toán cân bằng và các trường hợp riêng	11
1.2.1 Bài toán tối ưu	12
1.2.2 Bài toán bất đẳng thức biến phân	12
1.2.3 Bài toán điểm bất động	14
1.2.4 Bài toán cân bằng Nash trong trò chơi không hợp tác	15

1.2.5	Sự tồn tại nghiệm của bài toán cân bằng	16
1.3	Bài toán cân bằng tương đương	19
1.4	Bài toán cân bằng hai cấp	21
1.4.1	Bài toán bất đẳng thức biến phân hai cấp	22
1.4.2	Bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng	22
2	Phương pháp chiếu giải bài toán cân bằng	24
2.1	Thuật toán chiếu cho bài toán bất đẳng thức biến phân giả đơn điệu	24
2.2	Thuật toán chiếu giải bài toán cân bằng giả đơn điệu	31
2.3	Áp dụng giải một số bài toán hai cấp	42
2.3.1	Tìm cực tiểu của hàm chuẩn Euclide trên tập nghiệm của bài toán cân bằng giả đơn điệu	42
2.3.2	Giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng	53
	Kết luận	69
	Tài liệu tham khảo	70

Một số ký hiệu viết tắt

\mathbb{R}	tập số thực.
\mathbb{N}	tập số tự nhiên.
\mathbb{H}	không gian Hilbert thực.
\mathbb{R}^n	không gian Euclide n chiều.
$\langle x, y \rangle = x^T y$	tích vô hướng của hai vectơ x và y .
$\ x\ = \sqrt{\langle x, x \rangle}$	chuẩn của vectơ x .
$dom f$	miền hữu hiệu của hàm f .
$im F$	miền ảnh của ánh xạ F .
$epi f$	trên đồ thị của hàm f .
$\varphi'(x) = \nabla \varphi(x)$	đạo hàm của φ tại x .
$\varphi'(x; d)$	đạo hàm theo hướng d của φ tại x .
$\partial \varphi(x)$	dưới vi phân của φ tại x .
$\nabla_x f(x, y)$	đạo hàm của hàm $f(\cdot, y)$ tại x .
$\nabla_y f(x, y)$	đạo hàm của hàm $f(x, \cdot)$ tại y .
$\partial f(x, x)$	dưới vi phân của $f(x, \cdot)$ tại x .
$int C$	phần trong của tập C .
$ri C$	phần trong tương đối của tập C .
$x^k \rightarrow x$	dãy x^k hội tụ tới x .
$P_C(x)$	hình chiếu của x lên tập C .

$N_C(x)$	nón pháp tuyến ngoài của C tại x .
$B[a, r]$	quả cầu đóng tâm a bán kính r .
\overline{C}	bao đóng của tập C .
$\underline{\lim} = \lim \inf$	giới hạn dưới.
$\overline{\lim} = \lim \sup$	giới hạn trên.
$EP(C, f)$	bài toán cân bằng.
$VIP(C, f)$	bài toán bất đẳng thức biến phân (đơn trị).
S_f	tập nghiệm của bài toán $EP(C, f)$.
S_F	tập nghiệm của bài toán $VIP(C, F)$.
$BEP(C, f, g)$	bài toán cân bằng hai cấp.
$MNEP(C, f)$	bài toán tìm cực tiểu của hàm chuẩn trên tập S_f .
$VI EP(C, f, F)$	bài toán $VIP(S_f, F)$.
$BVIP(C, F, G)$	bài toán bất đẳng thức biến phân hai cấp.

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Bài toán tối ưu:

$$\min_{x \in D} f(x), \quad (1)$$

với $D \subset \mathbb{R}^n$ là bài toán đóng vai trò quan trọng trong việc ứng dụng toán học vào cuộc sống. Khi f có đạo hàm (1) liên quan tới:

$$\langle f'(\bar{x}), x - \bar{x} \rangle \geq 0, \forall x \in D. \quad (2)$$

Năm 1960 Stampacchia đưa ra bài toán tổng quát. Cho $F : D \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$\text{Tìm } \bar{x} \in D \text{ sao cho } \langle F(\bar{x}), x - \bar{x} \rangle \geq 0, \forall x \in D.$$

Bài toán này được gọi là bài toán bất đẳng thức biến phân. Cho D là tập con khác rỗng của không gian X , $f : D \times D \rightarrow \mathbb{R}$ là song hàm cân bằng. Xét bài toán:

$$\text{Tìm } \bar{x} \in D \text{ sao cho } f(\bar{x}, x) \geq 0, \forall x \in D.$$

Bài toán này được gọi là bài toán cân bằng. Chính xác, bài toán cân bằng được đưa ra lần đầu bởi H. Nikaido và K. Isoda năm 1955 khi tổng quát hóa bài toán cân Nash trong trò chơi không hợp tác và được Ky Fan giới

thiệu năm 1972 (thường được gọi là bất đẳng thức Ky Fan). Bài toán cân bằng bao hàm nhiều lớp bài toán quen thuộc như bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm bất động, bài toán cân bằng Nash trong lý thuyết trò chơi không hợp tác ... Vì vậy, các kết quả thu được về bài toán cân bằng được áp dụng trực tiếp cho các bài toán đặc biệt của nó. Các hướng nghiên cứu bài toán cân bằng rất đa dạng, trong đó việc nghiên cứu xây dựng các phương pháp giải đã đưa toán học vào giải quyết nhiều vấn đề đặt ra trong thực tế.

Phần trọng tâm của luận văn này là trình bày một phương pháp chiếu giải bài toán cân bằng giả đơn điệu và áp dụng vào lớp bài toán cân bằng hai cấp. Cấu trúc luận văn gồm 2 chương:

Chương 1: Nhắc lại các kiến thức cơ bản của giải tích lồi được sử dụng trong chương sau. Tiếp theo đi giới thiệu bài toán cân bằng, bài toán cân bằng tương đương và bài toán cân bằng hai cấp.

Chương 2: Trình bày thuật toán chiếu giải bài toán bất đẳng thức biến phân giả đơn điệu, bài toán cân bằng giả đơn điệu và áp dụng giải bài toán cân bằng hai cấp.

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích của luận văn là xây dựng phương pháp giải bài toán cân bằng giả đơn điệu và áp dụng vào một lớp bài toán cân bằng hai cấp.